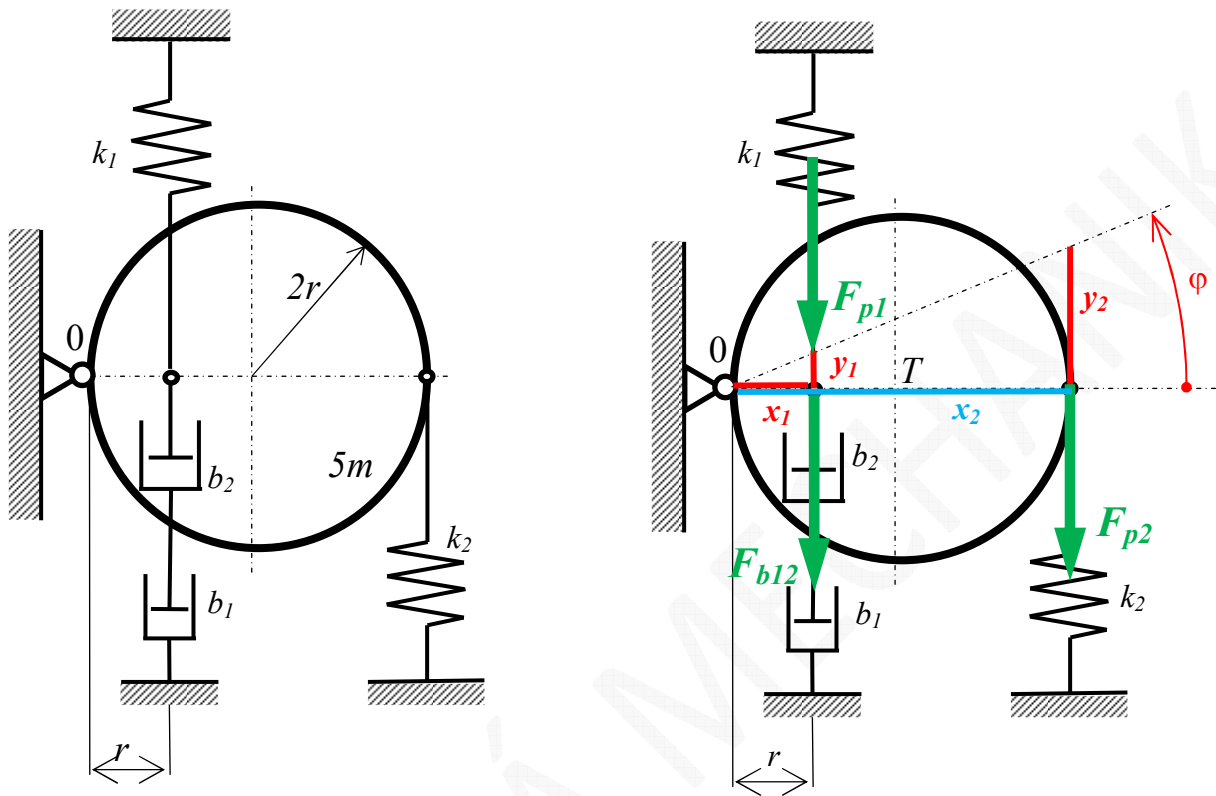


PRÍKLAD 6.11: Valec hmotnosti $5m$ a polomeru $2r$ je viazaný k rámu kĺbom, nehmotnými pružinami (k_1 a k_2) a tlmičmi (b_1 a b_2) podľa obr. 6. 17. Určite dobu kmitu valca okolo rovnovážnej polohy a frekvenciu kmitania.



Obrázok 6.17

RIEŠENIE:

Pre veľmi malé uhly $\varphi \leq 5^\circ$ platí:

$$\sin \varphi \doteq \varphi [\text{rad.}]$$

$$\cos \varphi \doteq 1 [\text{rad.}]$$

$$F_{p1} = k_1 \cdot y_1$$

$$F_{p2} = k_2 \cdot y_2$$

$$F_{b1,2} = b_{1,2} \cdot v \Rightarrow b_{1,2} \cdot \dot{y}_1$$

$$y_1 \Rightarrow \sin \varphi = \frac{y_1}{r}$$

$$y_2 \Rightarrow \sin \varphi = \frac{y_2}{4r}$$

$$y_1 = r \cdot \sin \varphi \doteq r \cdot \varphi$$

$$y_2 = 4r \cdot \sin \varphi \Rightarrow 4r \cdot \varphi$$

$$\dot{y}_1 = r \cdot \dot{\varphi} \cos \varphi \doteq r \cdot \dot{\varphi}$$

$$x_1 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{x_1}{r}$$

$$x_2 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{x_2}{4r}$$

$$x_1 = r \cdot \cos \varphi \doteq r$$

$$x_2 = 4r \cdot \cos \varphi \doteq 4r$$

$$\frac{1}{b_{1,2}} = \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} \Rightarrow \frac{b_2 + b_1}{b_1 \cdot b_2}$$

$$\Rightarrow b_{1,2} = \frac{b_1 \cdot b_2}{b_2 + b_1}$$

Základný tvar momentovej pohybovej rovnice:

$$I \alpha = \sum M_i \quad I_0 \ddot{\varphi} = \sum M_{i0}$$

Moment zotrvačnosti valca k osi rotácie v bode 0 odvodíme pomocou **Steinerovej vety**:

$$I_0 \Rightarrow I_{0 \text{ valec}} = I_{T \text{ valec}} + m_{\text{valec}} (\overline{OT})^2 = \frac{1}{2} 5m (2r)^2 + 5m (2r)^2$$

$$I_0 = \frac{5}{2} m 4r^2 + 5m 4r^2 = 10mr^2 + 20mr^2 = 30mr^2$$

Zostavíme momentovú pohybovú rovnicu kmitania mechanickej sústavy:

$$30mr^2 \cdot \ddot{\varphi} = -F_{p1} \cdot x_1 - F_{p2} \cdot x_2 - F_{b1,2} \cdot x_1$$

Upravíme na tvar homogénnej lineárnej diferenciálnej rovnice 2. rádu:

$$30mr^2 \cdot \ddot{\varphi} = -k_1 \cdot r^2 \cdot \varphi - k_2 \cdot 16r^2 \cdot \varphi - \frac{b_1 \cdot b_2}{b_2 + b_1} \cdot r^2 \cdot \dot{\varphi}$$

$$30mr^2 \cdot \ddot{\varphi} = \varphi \cdot [-k_1 \cdot r^2 - k_2 \cdot 16r^2] + \dot{\varphi} \cdot \left[-\frac{b_1 \cdot b_2}{b_2 + b_1} \cdot r^2 \right]$$

$$\ddot{\varphi} + \dot{\varphi} \left[\frac{b_1 \cdot b_2}{b_2 + b_1} \cdot \frac{r^2}{30mr^2} \right] + \varphi \left[\frac{k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot 16r^2}{30mr^2} \right] = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \dot{\varphi} \left[\frac{b_1 \cdot b_2}{b_2 + b_1} \right] + \varphi \left[\frac{k_1 + 16k_2}{30m} \right] = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \Omega_0^2 \varphi + 2\delta \dot{\varphi} = 0$$

$$\frac{k_1 + 16k_2}{30m} \Rightarrow \Omega_0^2$$

$$\frac{b_1 \cdot b_2}{b_2 + b_1} \Rightarrow 2\delta$$

Výpočet doby kmitania:

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} \quad \Omega = \sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2}} \quad f = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{\sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2}}{2\pi}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k_1+16k_2}{30m} - \left[\frac{b_1 \cdot b_2}{60m}\right]^2}} \Rightarrow \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k_1+16k_2}{30m} - \left[\frac{b_1 \cdot b_2}{60m \cdot (b_2+b_1)}\right]^2}}$$

$$f = \frac{\sqrt{\frac{k_1+16k_2}{30m} - \left[\frac{b_1 \cdot b_2}{60m}\right]^2}}{2\pi} \Rightarrow \frac{\sqrt{\frac{k_1+16k_2}{30m} - \left[\frac{b_1 \cdot b_2}{60m \cdot (b_2+b_1)}\right]^2}}{2\pi}$$