

6 KMITANIE LINEÁRNYCH MECHANICKÝCH SÚSTAV

6.1 ÚVOD

Z hľadiska technickej praxe je kmitanie dôležitým prípadom pohybu. Kmitavý pohyb je sprievodným javom pri prevádzke takmer každého strojového zariadenia. Všeobecne sú strojové zariadenia charakterizované vysokými pracovnými rýchlosťami pri zachovaní vysokej prevádzkovej životnosti a spoľahlivosti. Tým sa zvyšuje vznik dynamických zaťažení pohybujúcich sa častí strojov, s čím súvisí vznik vibrácií a hluku, ktoré sprevádzajú pri práci každý stroj. Vo väčšine prípadov je kmitanie nežiaduce, znižuje životnosť a spoľahlivosť strojových zariadení a v prípade výrobných strojov má nepriaznivý vplyv i na kvalitu výrobkov. Naopak, v prípade niektorých technických zariadení predstavuje práve umelo budené kmitanie ich základnú pracovnú funkciu (vibračné dopravníky, vibračné miešače betónu, pohyb piesta v spaľovacom motore, atď.).

Príčina a samotný priebeh kmitavého pohybu môžu byť rôzne. V niektorých prípadoch je príčinou kmitania len krátkodobý vonkajší silový účinok uvádzajúci sústavu do pohybu (kyvadlo, teleso upevnené k pružine, teleso ponorené do vody), inokedy pôsobí silový účinok počas celého trvania kmitavého pohybu (prakticky všetky stroje v prevádzke, jazda autom, stĺpy a iné konštrukcie vo veternom počasí). Niektoré telesá (jednotlivé časti strojového zariadenia) sa vplyvom kmitania môžu deformovať (poškodenie ložísk, činných plôch bokov zubov u ozubených prevodov a pod.), niektoré nemusia (kyvadlo, piest v spaľovacom motore).

ZÁKLADNÉ POJMY KMITAJÚCEJ SÚSTAVY

Každé strojové zariadenie tvorí z hľadiska mechaniky *mechanickú sústavu*. Základné prvky kmitajúcej sústavy sú:

- *hmota* - je nositeľkou kinetickej energie
- *pružina* - je nositeľkou potenciálnej energie
- *tlmič* - predstavujú disipátory energie, ktoré menia mechanickú energiu na teplo.

Základným údajom všetkých periodických dejov je perióda – *doba kmitu* "*T*" a *frekvencia* "*f*". *Perióda* je najkratšia doba, po ktorej sa opakuje pohybový stav telesa. *Frekvencia* je prevrátená hodnota doby kmitu, vyjadruje počet kmitov za jednotku času.

Kmit je pohyb, ktorý hmotný bod vykoná za jednu periódu.

Harmonický pohyb je kmitavý pohyb, ktorého graf závislosti výchylky z rovnovážnej polohy od času má sínusový priebeh.

Pri teoretických úvahách je možné zanedbať odpor vzduchu, pasívne odpory, resp. iné druhy tlmenia. Vtedy hovoríme o *voľnom kmitaní bez tlmenia* – ide o *idealizovaný* nereálny stav sústavy.

Pri *reálnom* kmitaní sa amplitúda výchylky postupne znižuje. Mechanická energia sa mení na iné druhy energie (napr. na vnútornú energiu sústavy a okolia). Kmity sú *tlmené*, čo ovplyvňuje nielen amplitúdu výchylky, ale aj periódu vlastného kmitania. Prísne vzaté,

nemôžeme teda tlmený kmitavý pohyb pokladať za periodický pohyb, pretože kmitajúce teleso nedosiahne svoju pôvodnú výchylku. Pohyb je *kváziperiodický* a o perióde T môžeme hovoriť iba ako o *časovom intervale, za ktorý hmotný bod prechádza rovnovážnou polohou*.

Fyzikálnou príčinou tlmenia je existencia pasívnych odporov - trenie v mechanickej sústave. V technickej praxi rozoznávame:

- *vonkajšie tlmenie* - vzniká pri kmitaní v odporovom prostredí (kvapalina, vzduch,...); patrí sem i tlmenie vyvolané špeciálnymi tlmičmi umele zavedenými do mechanickej sústavy (tlmiče v automobiloch,...)
- *konštrukčné tlmenie* - vzniká vo väzbách mechanickej sústavy
- *vnútorné tlmenie* - vzniká pri kmitaní, kde sprievodným javom je deformácia, vyvolávajúca relatívny pohyb elementárnych častíc materiálu, pri ktorom pôsobia vnútorné sily

Pri kmitaní dochádza k zmene polohy hmotného telesa. Vieme, že príčinou každého pohybu je silový účinok, ktorý môže byť posuvný alebo otáčavý. Pri zmene polohy kmitajúceho telesa vznikajú v pružine a tlmiči sily, ktoré sa snažia sústavu po vychýlení vrátiť do pôvodnej polohy. Sú to tzv. *vratné sily* a sú orientované proti možnému vychýleniu. Ak pôsobia v sústave pružné sily s lineárnou charakteristikou a sily lineárneho viskózneho tlmenia, tak sústava vykonáva *lineárne tlmené kmitanie*. Pohyb takejto lineárnej mechanickej sústavy je možné popísať *lineárnymi diferenciálnymi rovnicami 2. rádu*. Tento druh kmitania vzniká s určitým priblížením pri malých výchylkách a rýchlostiach mechanickej sústavy. Ak vratné sily majú nelineárne charakteristiky, tak sústava vykonáva nelineárne kmitanie a jej pohyb je popísaný *nelineárnymi diferenciálnymi rovnicami 2. rádu*.

Keď na sústavu nepôsobia budiace sily trvalého charakteru, vykonáva sústava *voľné (nevynútené) kmitanie* - sústava je uvedená do pohybu silou, ale potom je ponechaná "sama na seba". Ak na sústavu trvalo pôsobia budiace sily, vzniká *vynútené kmitanie mechanickej sústavy*. Všetky druhy vynúteného kmitania môžu byť so *silovým budením* alebo s *kinematickým budením*; pričom obidva druhy budenia môžu mať *deterministický charakter* alebo *náhodný charakter*. Deterministické budenie môže byť *harmonické, periodické* alebo *neperiodické*.

ROZDELENIE MECHANICKÝCH KMITOV

1. Podľa veľkosti (disipatívnych) trecích síl poznáme kmitanie mechanickej sústavy:

- netlmené - trecie sily sú nulové, resp. zanedbateľné,
- tlmené.

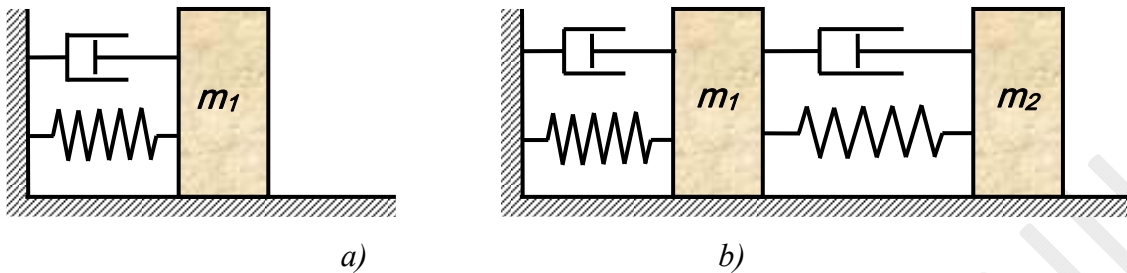
2. Podľa počtu stupňov voľnosti poznáme mechanicкую sústavu:

- s jedným stupňom voľnosti (Obrázok 6.1a),
- s viacerými stupňami voľnosti (Obrázok 6.1b).

3. Podľa druhu, chovania sa a matematického modelu fyzikálnych charakteristík (tuhosti – pomer zmeny veľkosti vratnej sily k zodpovedajúcej zmene výchylky):

- *lineárne kmitanie* – vratná sila je lineárne závislá od výchylky a kmitanie je možné popísať sústavou lineárnych diferenciálnych rovníc,

- *nelineárne kmitanie* – závislosť vratnej sily od výchylky nie je lineárna a kmitanie nie je možné popísať sústavou lineárnych diferenciálnych rovníc.



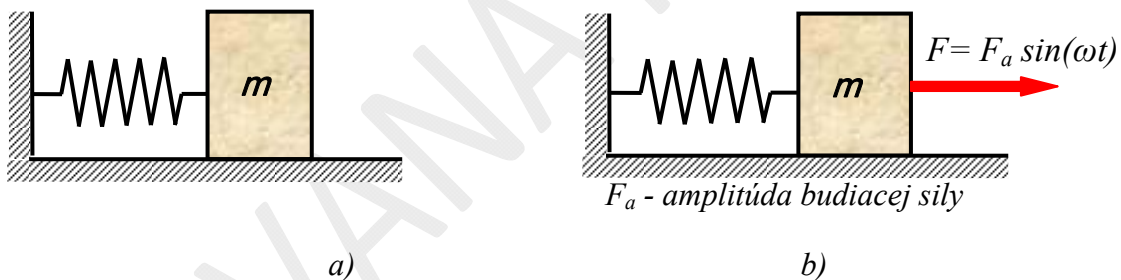
Obrázok 6.1

4. Podľa rozloženia parametrov je možné kmitajúcu sústavu rozdeliť na sústavu:

- *so sústredenými parametrami* – jednotlivé telesá sústavy považujeme za dokonale tuhé a diskrétné od seba oddelené,
- *kontinuum* – *mechanická sústava so spojitým rozložením parametrov* - pri analytickom riešení predpokladáme spojitý rozloženie hmotnosti, dominantným javom je deformácia.

5. Podľa príčiny vzniku kmitania (tzv. budiaca sila):

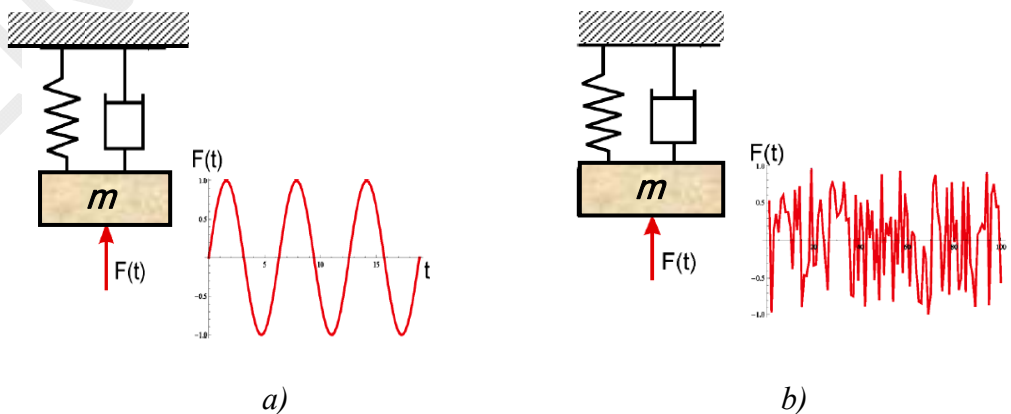
- *voľné kmitanie* – budiace sily na sústavu nepôsobia, vzniká obvykle pri okamžitej zmene zaťaženia strojov (Obrázok 6.2a),
- *vynútené kmitanie* – na sústavu pôsobia vonkajšie budiace sily (Obrázok 6.2b).



Obrázok 6.2

6. Podľa druhu budenia

- *deterministické* (Obrázok 6.3a),
- *stochastické* (náhodné) (Obrázok 6.3b).



Obrázok 6.3

7. Podľa druhu pohybu

- *priamočiare kmitanie* – teleso koná priamočiary pohyb,
- *torzné kmitanie* – na teleso pri kmitaní pôsobí otáčavý silový účinok,
- *ohybové (priečne) kmitanie* – typické pre nosníky, ktoré sa pri kmitaní deformujú,
- *krúživé kmitanie* – vzniká pri otáčaní deformovaného hriadeľa.

Ďalej sa budeme zaoberať len kmitaním mechanických sústav so sústredenými parametrami, resp. s konečným počtom stupňov voľnosti, presnejšie s jedným stupňom voľnosti.

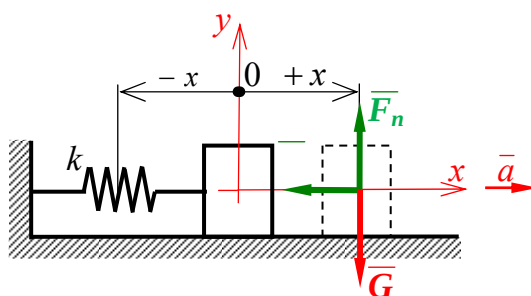
6.2 VOĽNÉ NETLMENÉ KMITANIE LINEÁRNYCH MECHANICKÝCH SÚSTAV S JEDNÝM STUPŇOM VOĽNOSTI

Z kinematiky vieme, že mechanická sústava má jeden stupeň voľnosti, ak je jej okamžitá poloha určená jednoznačne len jednou súradnicou. Všeobecne je možné pohyb takejto mechanickej sústavy znázorniť modelom s jedným stupňom voľnosti. Uvažujme prípad najjednoduchšej mechanickej sústavy s jedným stupňom voľnosti. Mechanická sústava je tvorená dokonale tuhým telesom (hmotným bodom) o hmotnosti m , ktoré sa pohybuje po dokonale hladkej podložke (obr. 6.4). K rámu je teleso upevnené nehmotnou pružinou, v ktorej vzniká lineárna vratná sila tak, že môže vykonávať len priamočiary pohyb v smere osi pružiny. Počiatok súradnicovej sústavy zvolíme v mieste stabilnej rovnovážnej polohy telesa, resp. v mieste, kde pružina nie je deformovaná.

Poznámka: V tejto časti, ako aj v nasledujúcich častiach, budeme používať termín „*teleso*“ len pre názornosť. Vyšetrovaný objekt sa pri pohybe bude chovať ako „*hmotný bod*“. Zároveň budeme predpokladať, že pre deformáciu pružiny (predĺženie, alebo stlačenie) platí *Hookov zákon* a deformácia pružiny je priamo úmerná pôsobiacej sile.

6.2.1 Pohybová rovnica voľného netlmeného kmitavého pohybu

Nech sa teleso (hmotný bod) pri nedeformovanej pružine nachádza v počiatku súradnicovej sústavy $0(x,y)$. V tejto polohe na teleso v smere súradnicovej osi x nebude pôsobiť žiadna sila a takúto polohu voláme *rovnovážna poloha* (RP).



Obrázok 6.4

Pôsobením vonkajšieho silového účinku v smere osi x vychýlime teleso z rovnovážnej polohy ($x = 0$) a okamžite uvoľníme. Po odznení vonkajšieho silového účinku vznikne priamočiary kmitavý pohyb, tzv. „*voľné kmitanie bez tlmenia*“, pri riešení ktorého použijeme *metódu uvoľnenia* a pohybovú rovnicu zostavíme *metódou zrýchľujúcich síl*. V tomto prípade pasívne

odpory a hmotnosť pružiny zanedbáme. Na teleso tak pôsobí len vratná sila v pružine F_p , ktorá vzniká v samotnej sústave ako reakcia na porušenie rovnováhy telesa.

Ak teleso z rovnovážnej polohy posunieme o vzdialenosť x , pružina sa natiahne a na teleso začne pôsobiť sila vždy orientovaná proti zmyslu deformácie pružiny. Zložku tejto sily v smere osi x vyjadruje rovnica $F_p = -kx$, kde konštanta k je *silová konštanta (tuhosť pružiny)*, $k > 0$. Ak teleso uvoľníme (vonkajšia sila prestane pôsobiť), sila v pružine mu udelí zrýchlenie a potenciálna energia natiahnutej pružiny sa premení na kinetickú energiu telesa. Po prechode rovnovážnou polohou teleso začne pružinu stláčať. Kinetická energia sa premení na potenciálnu energiu stlačenej pružiny, situácia sa opakuje a teleso začne vykonávať periodický pohyb po priamke. Takáto sústava predstavuje *lineárny harmonický oscilátor*. Ukážeme, že výchylka x z rovnovážnej polohy je harmonickou funkciou času a preto lineárny oscilátor je harmonický (obr. 6.4).

Pohybová rovnica vo vektorovom tvare má tvar

$$m \bar{a} = \bar{F}_p + \bar{G} + \bar{F}_n \quad (6.1)$$

kde m - hmotnosť telesa,
 $\bar{a}$ - zrýchlenie telesa; $a = a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}$, $a_y = 0$
 $\bar{F}_p$ - sila v pružine; $F_p = kx$,
 $\bar{G}$ - tiaž telesa; $G = mg$; g je tiažové zrýchlenie,
 $\bar{F}_n$ - väzbová reakcia od podložky.

Vyjadríme pohybovú rovnicu (6.1) v skalárnom tvare:

$$x: \quad m \ddot{x} = -F_p \quad (6.2)$$

$$y: \quad 0 = F_n - G \quad (6.3)$$

Rovnica (6.3) vyjadruje skutočnosť, že v smere osi y pohyb neexistuje, alebo je rovnomerný. Vypočítame z nej veľkosť väzbovej reakcie F_n .

$$0 = F_n - mg \Rightarrow F_n = mg$$

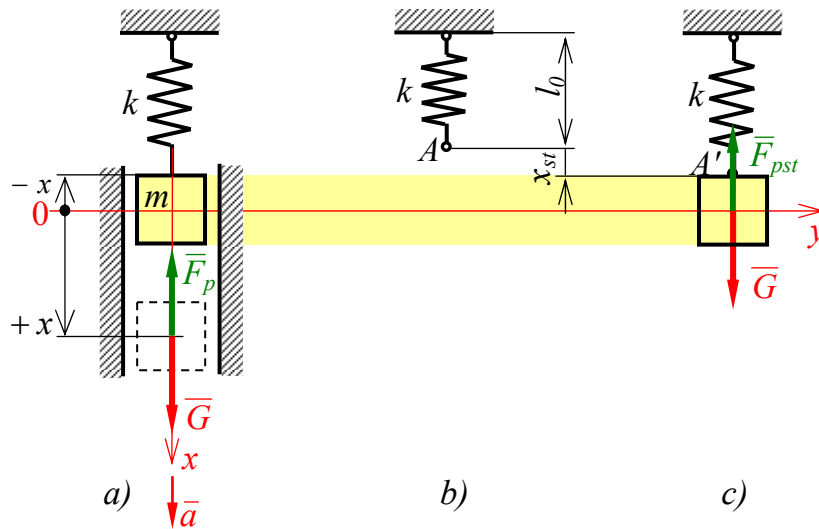
Pre ďalšiu matematickú analýzu kmitania použijeme skalárnu pohybovú rovnicu (6.2) zostavenú v smere osi x . Pohybová rovnica kmitavého pohybu telesa má tvar

$$m \ddot{x} = -kx \quad (6.4)$$

alebo

$$m \ddot{x} + kx = 0 \quad (6.5)$$

Vzhľadom na určitú rozdielnosť, ktorá vzniká pri zostavení pohybovej rovnice, si ukážeme i prípad lineárnej mechanickej sústavy, kde os pružiny je vo vertikálnom smere (obr. 6.5). Kmitavý pohyb nastane v smere osi pružiny.



Obrázok 6.5

Koncový bod nezaťaženej pružiny (obr. 6.5b) zaujme polohu označenú bodom A. Po zavesení telesa o hmotnosti m sa koncový bod pružiny posunie o výchylku x_{st} vyvolanú statickou tiažovou silou telesa (bod A'). Obrázok 6.5c zobrazuje mechanickú sústavu v rovnovážnej polohe, pre ktorú platí podmienka rovnováhy tiaže $\overline{G}$ telesa a zodpovedajúcej statickej vratnej sily v pružine $\overline{F}_{pst}$. Ak veľkosti týchto síl sú:

$$G = mg; \quad F_{pst} = k x_{st}.$$

Potom platí

$$G - F_{pst} = 0$$

$$mg - k x_{st} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{mg = k x_{st}} \quad (6.6)$$

Keď potom vychýlime teleso z rovnovážnej polohy o vzdialenosť x , bude celková deformácia pružiny $(x + x_{st})$. Pohybová rovnica v skalárnom tvare zostavená v smere osi x zvolenej súradnicovej sústavy podľa obrázku uvoľnenia (obr. 6.5a) bude:

$$m \ddot{x} = -k(x + x_{st}) + mg. \quad (6.7)$$

Po úprave a dosadení (6.6)

$$m \ddot{x} = -kx - kx_{st} + kx_{st}$$

dostávame rovnakú pohybovú rovnicu ako v predošlom prípade

$$m \ddot{x} = -kx$$

$$\boxed{m \ddot{x} + kx = 0} \quad (6.8)$$

Môžeme povedať, že priebeh voľného kmitavého pohybu lineárnej mechanickej sústavy bez trenia s jedným stupňom voľnosti nezávisí od tiažovej sily telesa. Tiažová sila v prípade zvislej osi pružiny má vplyv len na určenie rovnovážnej polohy sústavy, okolo ktorej bude vykonávať voľné netlmené kmitanie. Tento záver je možné rozšíriť aj na prípad voľného netlmeného kmitania s viacerými stupňami voľnosti.

Pri zostavení pohybovej rovnice priamočiareho voľného netlmeného kmitania pomocou *Lagrangeovej rovnice II. druhu* potrebujeme vyjadriť veľkosť kinetickej a potenciálnej energie sústavy. Kinetická energia je

$$E_k = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

kde $\dot{x}$ je veľkosť rýchlosti telesa. Potenciálna energia sústavy je

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

Keďže sústava na *obr. 6.4* je konzervatívna, potom Lagrangeova rovnica II. druhu má tvar

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial x} = - \frac{\partial E_p}{\partial x}$$

Po dosadení a vykonaní príslušných matematických operácií dostaneme

$$m \ddot{x} = -k x$$

alebo

$$m \ddot{x} + k x = 0$$

Pohybová rovnica je zhodná s rovnicami (6.4), (6.5) a (6.8). Z matematického hľadiska ide o homogénnu lineárnu diferenciálnu rovnicu 2. rádu s konštantnými koeficientmi.

6. 2. 2 Výchylka kmitania, amplitúda výchylky kmitania

Upravme rovnicu (6.5), resp. (6.8) na tvar

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0,$$

$$\text{kde } \frac{k}{m} = \Omega_0^2 = \text{konšt.} \quad (6.9)$$

Ω_0 je *vlastná uhlová frekvencia* alebo *vlastná kruhová frekvencia* voľného netlmeného kmitania.

Potom

$$\ddot{x} + \Omega_0^2 x = 0 \quad (6.10)$$

Rovnici (6.10) vyhovujú dve nezávislé riešenia $x_1 = A \sin \Omega_0 t$, $x_2 = B \cos \Omega_0 t$, pre ľubovoľné konštanty A a B . Všeobecné riešenie potom má tvar

$$x = A \sin \Omega_0 t + B \cos \Omega_0 t \quad (6.11)$$

Integračné konštanty A a B určíme zo začiatkových podmienok

$$t = 0: \quad x = x_0, \quad \dot{x} = v_0 \quad (6.12)$$

Dosadením prvej podmienky $t = 0: \quad x = x_0$ do (8.11) dostaneme

$$x_0 = B \quad (6.13)$$

Derivovaním (8.11) podľa času dostaneme

$$\dot{x} = A \Omega_0 \cos \Omega_0 t - B \Omega_0 \sin \Omega_0 t \quad (6.14)$$

Po dosadení druhej podmienky $t = 0: \dot{x} = v_0$ do (8.14)

$$v_0 = A \Omega_0 \Rightarrow A = \frac{v_0}{\Omega_0} \quad (6.15)$$

Všeobecné riešenie rovnice (6.10) pre začiatkové podmienky (6.12) potom vzhľadom na (6.13) a (6.15) je

$$x = \frac{v_0}{\Omega_0} \sin \Omega_0 t + x_0 \cos \Omega_0 t = x_1 + x_2 \quad (6.16)$$

Kmitavý pohyb má v tomto prípade dve zložky, ktoré sú priamo úmerné harmonickým funkciám $\sin \Omega_0 t$ a $\cos \Omega_0 t$. Grafické znázornenie časového priebehu výchylky x a jej zložiek x_1 a x_2 podľa (6.16) je na *obr. 6.6*.

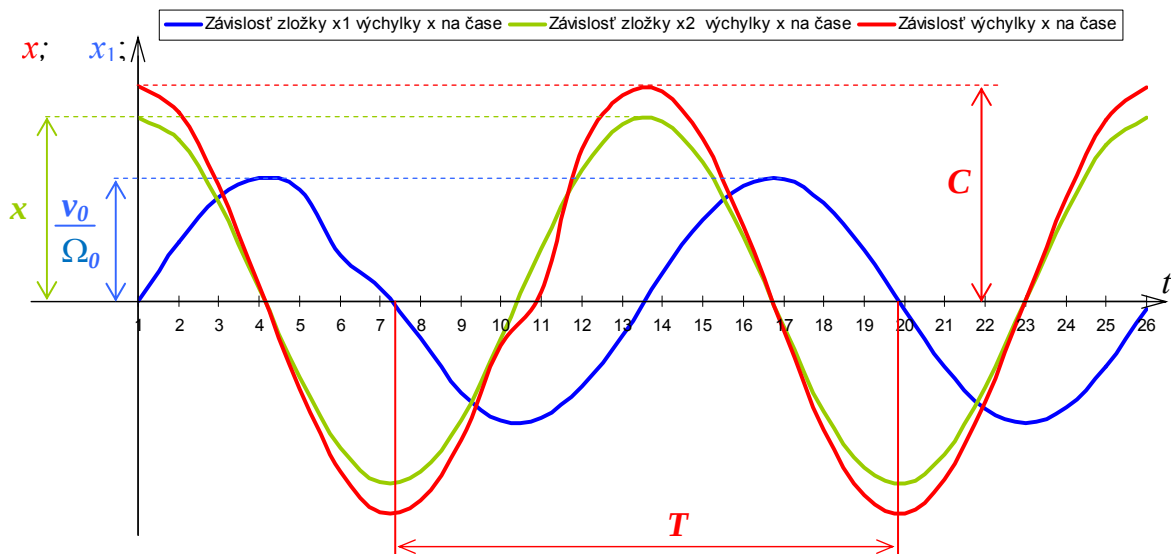
Vzťah (6.16) môžeme po zavedení substitúcie $C \sin \varphi = x_0$ a $C \cos \varphi = \frac{v_0}{\Omega_0}$ upraviť na tvar,

ktorý sa v praxi používa najčastejšie:

$$x = C \sin(\Omega_0 t + \varphi) \quad (6.17)$$

Na základe predchádzajúcich substitúcií

$$C = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\Omega_0}\right)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{x_0 \Omega_0}{v_0} \quad (6.18)$$

ČASOVÝ PRIEBEH VÝCHYLKY x 

Obrázok 6.6

Parameter C z fyzikálneho hľadiska predstavuje *maximálnu výchylku* kmitavého pohybu a nazýva sa *amplitúda výchylky kmitania*. Parameter φ vyjadruje fázové posunutie kmitavého pohybu na začiatku pohybu ($t = 0$) a nazýva sa *fázový uhol* alebo *začiatočná fáza*. Obidva parametre sú konštanty závislé od začiatočných podmienok, ako to vyplýva z (6.18). Ak $x_0 = 0, v_0 = 0$, potom nemôže nastať voľné kmitanie. Aspoň jedna zo začiatočných podmienok musí byť nenulová.

6.2.3 Perióda kmitania, frekvencia kmitania

Na základe vzťahu (6.17) je možné výsledný kmitavý pohyb vyjadriť harmonickou funkciou. Je to teda periodický pohyb, ktorý sa opakuje po uplynutí času T (obr. 6.7). Čas T odvodíme z podmienky, že argument $(\Omega_0 t + \varphi)$ riešenia (8.17) sa po uplynutí času T zväčší o 2π .

$$(\Omega_0 t + \varphi) + 2\pi = \Omega_0(t + T) + \varphi \quad (6.19)$$

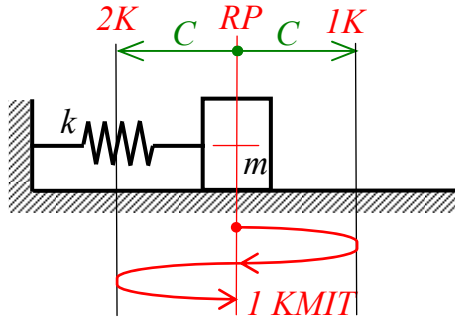
Potom čas T , ktorý nazývame *perióda kmitania* vyjadríme vzťahom:

$$T = \frac{2\pi}{\Omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6.20)$$

Perióda kmitania – čas potrebný na vykonanie jedného kmitu, t. j. pohybu telesa z rovnovážnej polohy (RP) do prvej krajnej polohy (1KP), potom do druhej krajnej polohy (2KP) a späť do rovnovážnej polohy (obr. 6.7).

Dôležitým parametrom v teórii kmitania je počet kmitov za časovú jednotku [s]. Nazýva sa *frekvencia kmitania* alebo *vlastný kmitočet*. Jednotkou je 1 herz [Hz], rozmer $[s^{-1}]$.

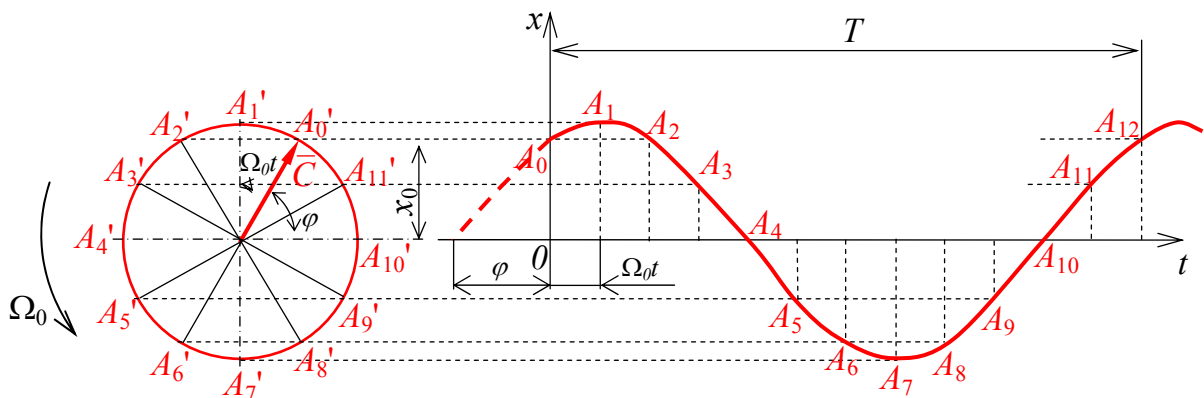
$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (6.21)$$



Obrázok 6.7

6.2.4 Vektorové zobrazenie kmitavého pohybu, vlastná uhlová frekvencia voľného netlmeného kmitania

Voľné netlmené kmitanie je popísané harmonickou funkciou s konštantnou amplitúdou, nazýva sa preto tiež *harmonické kmitanie*. Graficky ho môžeme zobrazit' tiež pomocou vektora $\vec{C}$, ktorého veľkosť sa rovná amplitúde kmitania a vektor $\vec{C}$ je sprievodičom bodu pohybujúceho sa po kružnici rovnomerne uhlovou rýchlosťou Ω_0 (obr. 6.8). Nech sa na začiatku pohybu ($t = 0$) koncový bod vektora $\vec{C}$ nachádza v polohe A_0 . Postupným zobrazením časovej závislosti zvislých priemetov vektora $\vec{C}$ ktorý sa rovnomerne otáča uhlovou rýchlosťou Ω_0 , dostaneme časovú závislosť výchylky x zhodnú s obr. 6.6, ktorá zodpovedá matematickému vyjadreniu podľa (6.17). Doba kmitu T je potom čas potrebný na otočenie vektora $\vec{C}$ o uhol 2π uhlovou rýchlosťou Ω_0 . Začiatočná fáza kmitania $\varphi = \Omega_0 t$ určuje hodnotu okamžitej výchylky v začiatočnom okamihu. Parameter φ nadobúda hodnoty kladné aj záporné, meria sa zvyčajne v radiánoch. Z matematiky $\varphi[\text{rad}] = \varphi[^\circ] \frac{\pi}{180}$.



Obrázok 6.8 Vektorové zobrazenie harmonického kmitavého pohybu

Zo vzťahu (6.21) vyplýva aj fyzikálny význam Ω_0 . Je to vlastne počet kmitov za čas rovný 2π [s]. Frekvencia kmitania nijako nezávisí na tom, aká veľká je deformácia pružiny (predĺženie, stlačenie) a teda aká veľká je amplitúda kmitov. Závisí len od hmotnosti kmitajúceho telesa m a silovej konštanty pružiny k . Veličinu Ω_0 nazývame *vlastná uhlová frekvencia* alebo *vlastná kruhová frekvencia* voľného netlmeného kmitania. Jej jednotkou v sústave SI je radián za sekundu, fyzikálny rozmer je $[s^{-1}]$.

$$\Omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \frac{1}{T} = \frac{2\pi}{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow \boxed{\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}} \text{ resp. } \boxed{\Omega_0^2 = \frac{k}{m}} \quad (6.22)$$

alebo na základe (6.6)

$$\boxed{\Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{x_{st}}}} \quad (6.23)$$

Poznámka: Ak zistíme experimentálne veľkosť statickej výchylky od tiaže telesa $\bar{G}$, je možné priamo vypočítať Ω_0, T, f_0 bez poznania tuhosti pružiny k a hmotnosti telesa m . Pre veľkosť tiažového zrýchlenia $g = 9,81 [m.s^{-2}]$ platí

$$\Omega_0 = \frac{3,13}{\sqrt{x_{st}}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{x_{st}}{g}} \doteq 2\sqrt{x_{st}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{x_{st}}} \doteq \frac{0,5}{\sqrt{x_{st}}} \quad (6.24)$$